- Formula di Viète, 1593:

$$2\frac{2}{\sqrt{2}}\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}\ldots=\pi$$

- Formula di Leibniz:

$$\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\cdots=\frac{\pi}{4}$$

dalla quale si ricava che:

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{5\cdot 7}+\frac{1}{9\cdot 11}+\frac{1}{13\cdot 15}+\frac{1}{17\cdot 19}+\cdots=\frac{\pi}{8}$$

- Prodotto di Wallis:

$$\prod_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)(2n)}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdots=\frac{\pi}{2}$$

- Il problema di Basilea:

$$\zeta(2)=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots=\frac{\pi^2}{6}$$

risolto da Eulero. Un'altra formula che usa la funzione zeta di Riemann:

$$\zeta(4)=\frac{1}{1^4}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{4^4}+\cdots=\frac{\pi^4}{90}$$

- Il prodotto di Eulero

$$\frac{1}{\left(1-\frac{1}{2^2}\right)}\frac{1}{\left(1-\frac{1}{3^2}\right)}\frac{1}{\left(1-\frac{1}{5^2}\right)}\frac{1}{\left(1-\frac{1}{7^2}\right)}\frac{1}{\left(1-\frac{1}{11^2}\right)}\cdots=\frac{\pi^2}{6}$$

$$e^{i\pi}+1=0$$

definita da Richard Feynman «la più notevole formula della matematica».

- Il Teorema dei residui:

$$\oint \frac{dz}{z} = 2\pi i$$

- π ha delle rappresentazioni come frazioni continue:

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{4}{5+\cfrac{9}{7+\cfrac{16}{9+\cfrac{25}{11+\cfrac{36}{13+\dots}}}}}}$$

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{3^2}{2+\cfrac{5^2}{2+\cfrac{7^2}{2+\cfrac{9^2}{2+\cfrac{11^2}{2+\dots}}}}}}$$

- La frazione continua di Ramanujan:

$$\sqrt{\phi^2+1} = \phi + \cfrac{e^{-2\pi/5}}{1 + \cfrac{e^{-2\pi}}{1 + \cfrac{e^{-4\pi}}{1 + \cfrac{e^{-6\pi}}{1 + \cdots}}}}$$

- Data una semicirconferenza di raggio r centrata nell'origine del piano cartesiano, πr **è definibile come lunghezza in forma**
dominio della funzione che descrive la semicirconferenza:

bidimensionale sottile è 2π

isica [modifica]

Per approfondire, vedi la voce ***fisica****.*

Periodo di oscillazione del pendolo

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Trasformata di Fourier

$$\mathcal{F}f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t$$

Principio di indeterminazione di Heisenberg

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

Equazione di campo di Einstein della relatività generale

$$R_{ik} - \frac{g_{ik}R}{2} + \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}$$

Forza di Coulomb

$$F = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

pprossimazioni numeriche di π [modifica]

K. Takano (1982).

$$\frac{\pi}{4} = 44\arctan\frac{1}{57} + 7\arctan\frac{1}{239} - 12\arctan\frac{1}{682} + 24\arctan\frac{1}{12943}$$

F. C. W. Störmer (1896).

Queste approssimazioni sono così complesse da non essere utili per nessuno scopo pratico, se non per provare le prestazioni di r analisi statistiche sulle cifre di pi greco.

Nel 1996 David H. Bailey, insieme a Peter Borwein e Simon Plouffe, scoprì una nuova formula per calcolare π come serie infinita:

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right)$$

Questa formula permette di calcolare facilmente la k-esima cifra binaria o esadecimale di π senza dover calcolare tutte le cifre pre ne contiene l'implementazione in vari linguaggi di programmazione.

Alcune altre formule usate per calcolare stime di π sono:

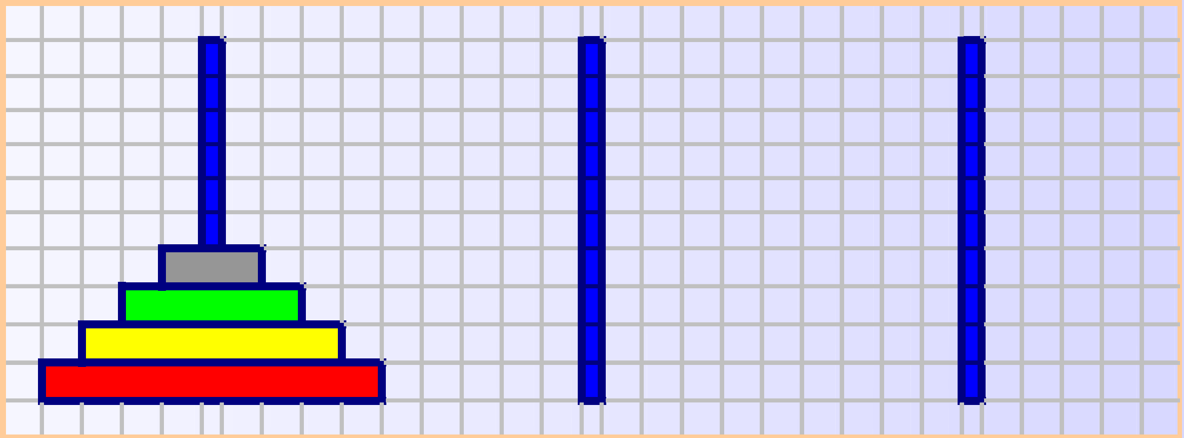
- $$\frac{\pi}{2} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{(2k+1)!!} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \cdots$$

  da Newton.

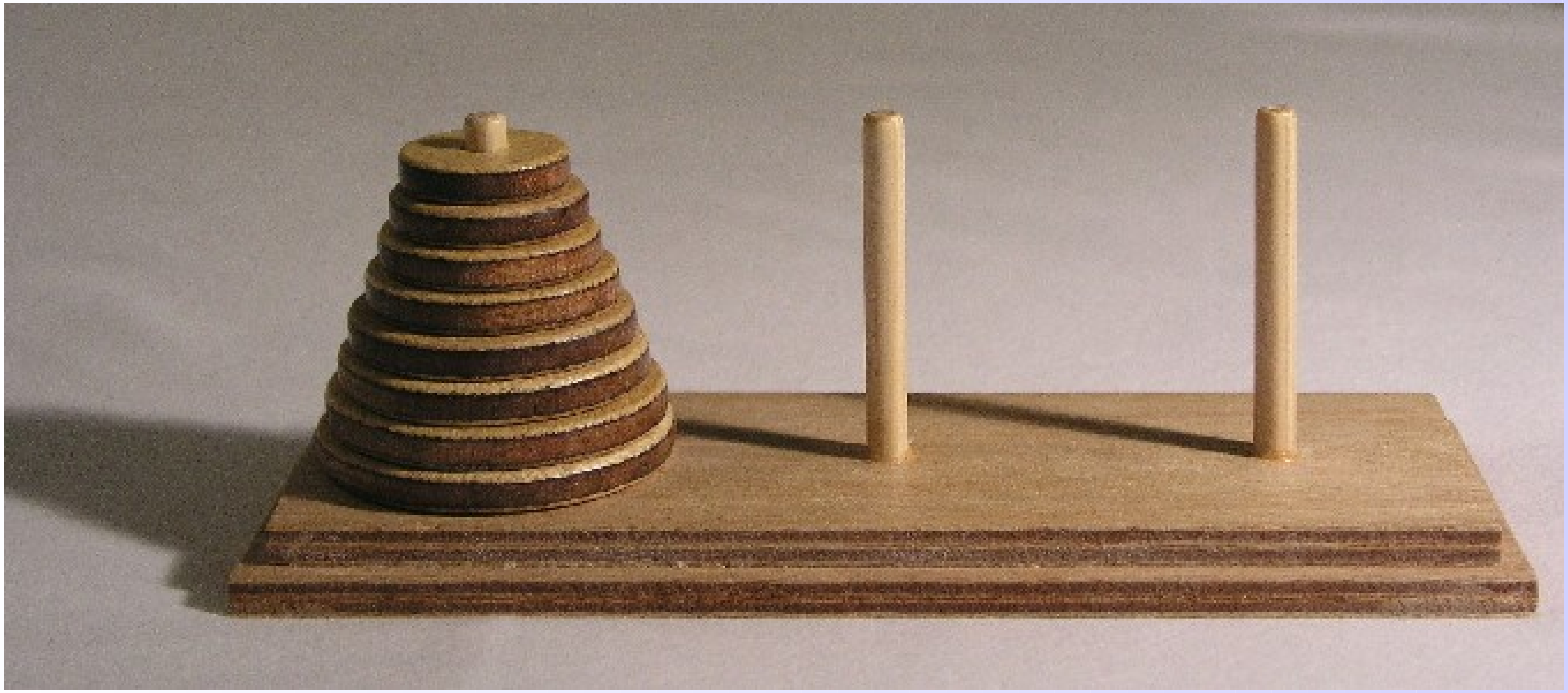
- $$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k!)(1103 + 26390k)}{(k!)^4 396^{4k}}$$

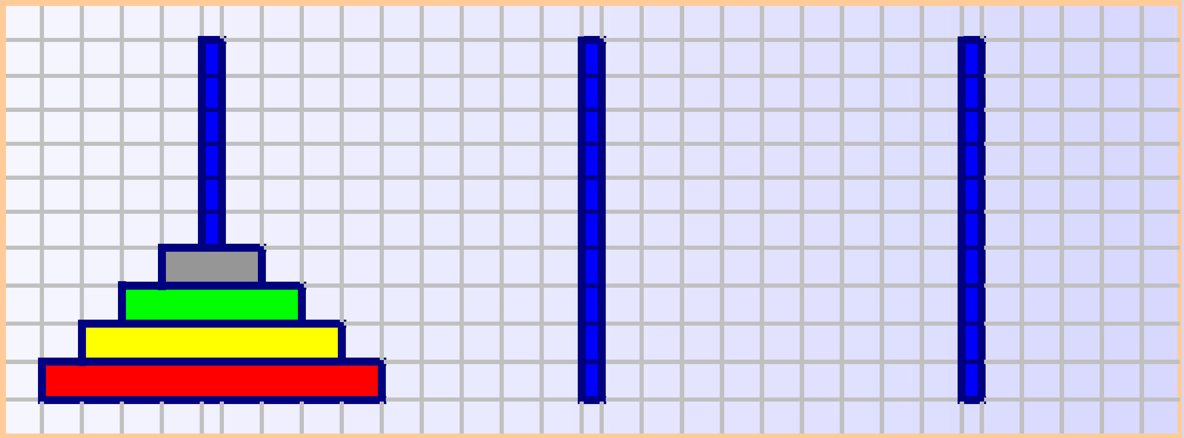
  da Ramanujan.

- $$\frac{1}{\pi} = 12 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (6k)!(13591409 + 545140134k)}{(3k)!(k!)^3 640320^{3k+3/2}}$$

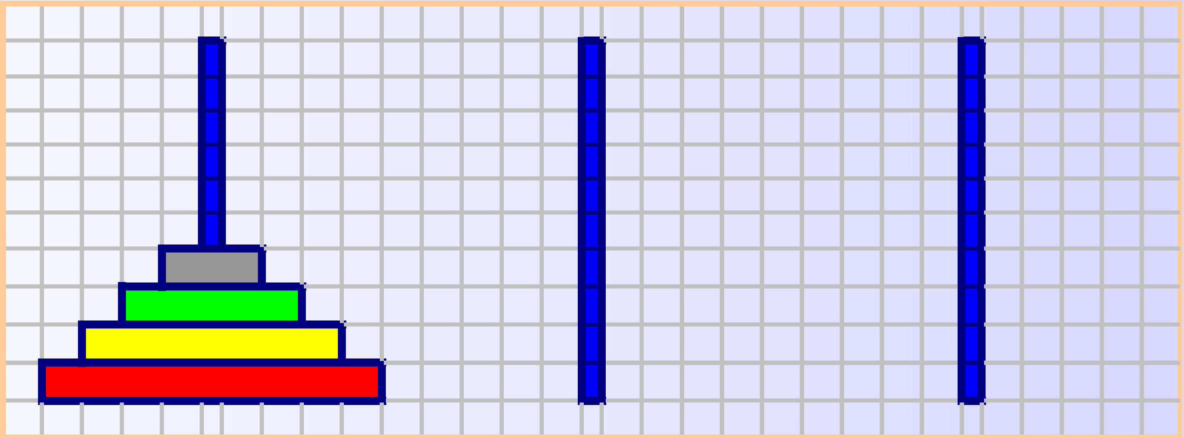


In quante mosse riesco a spostare la mia torre da un palo ad un altro?



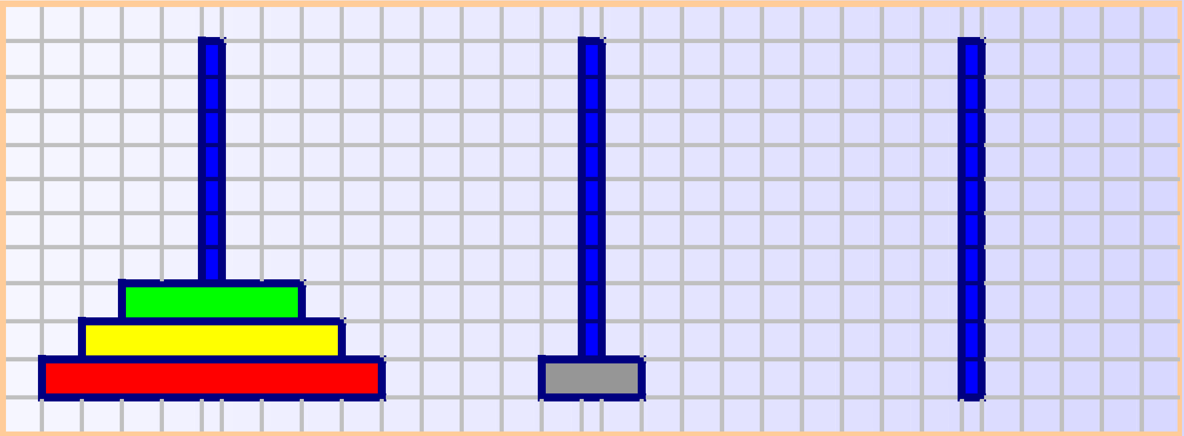


Per spostare una torre alta un solo disco,
quante mosse impiego?



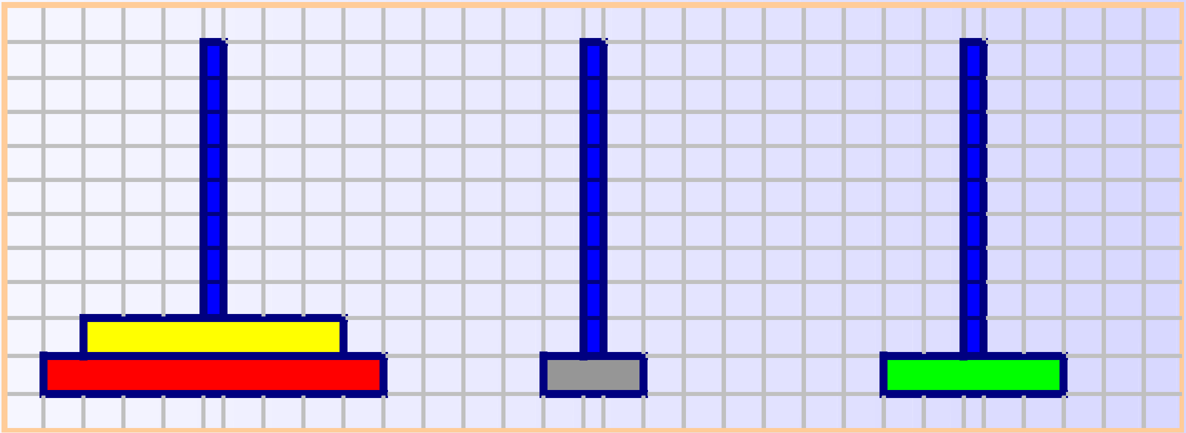
Per spostare una torre alta un solo disco, quante mosse impiego?

Una sola!



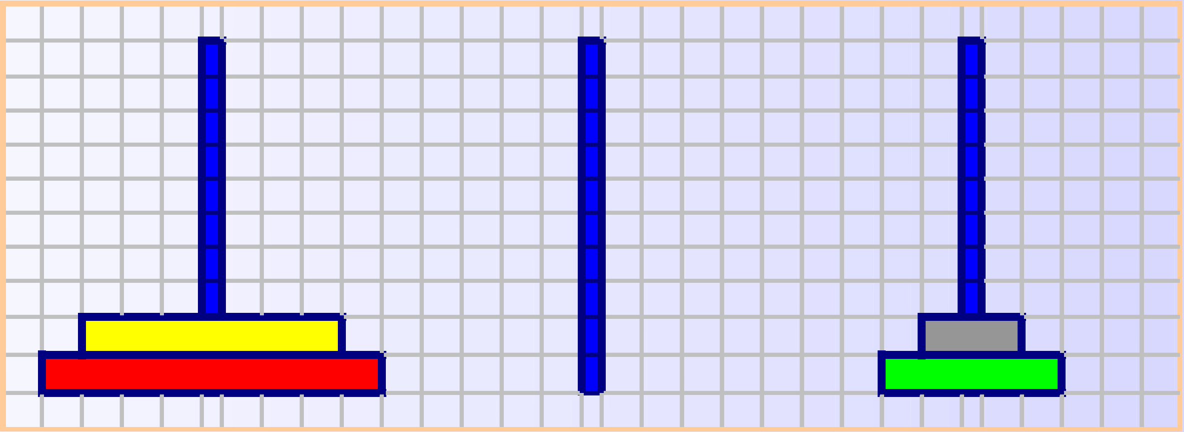
1

E per spostare una torre alta due dischi, quante mosse impiego?



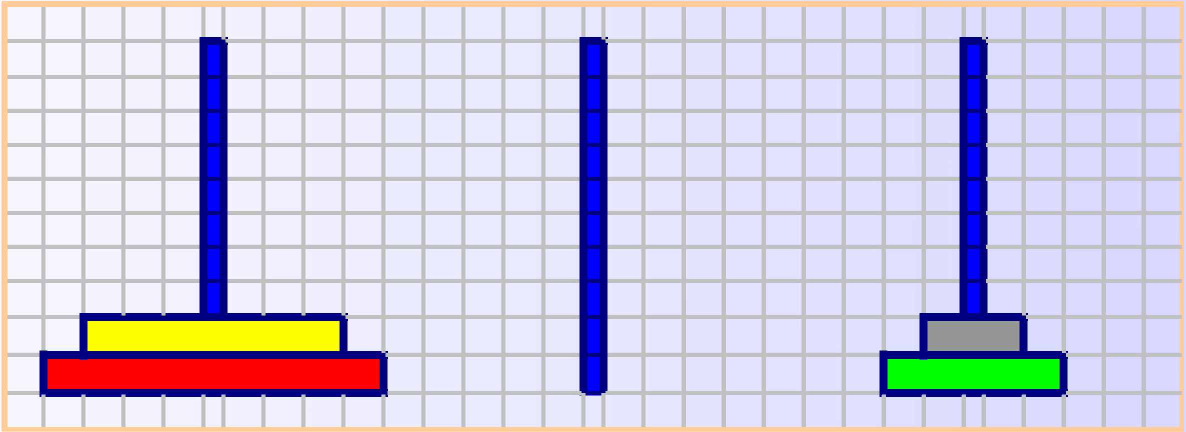
2

E per spostare una torre alta due dischi, quante mosse impiego?



3

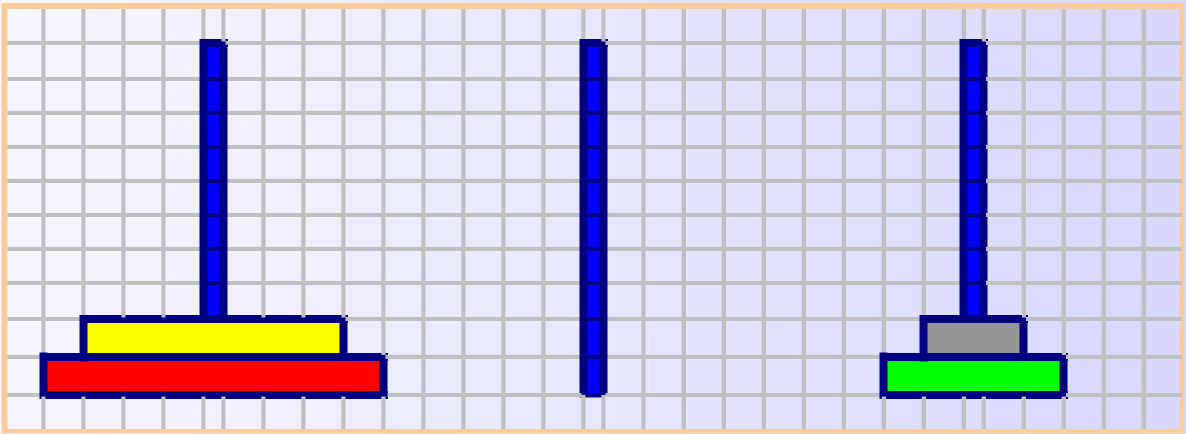
E per spostare una torre alta due dischi,
quante mosse impiego?



3

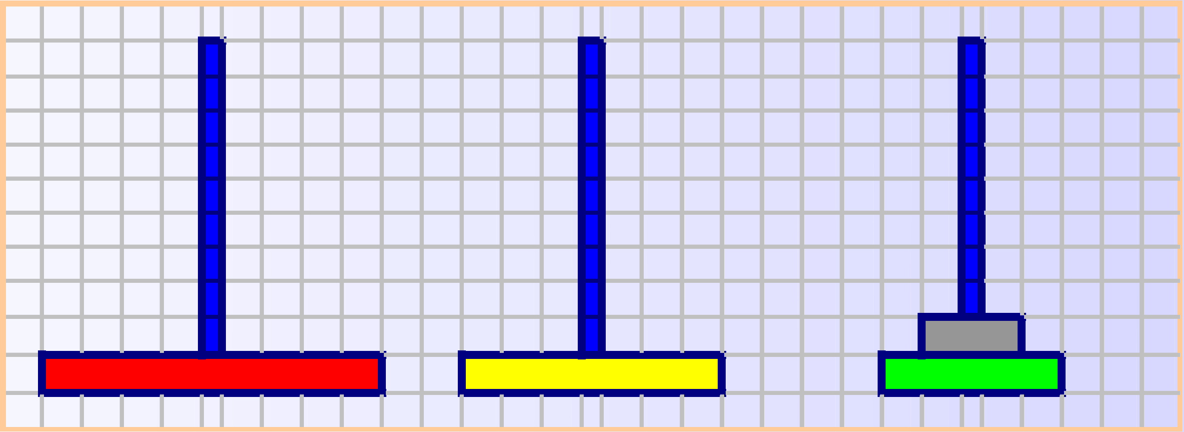
E per spostare una torre alta due dischi, quante mosse impiego?

Tre mosse!



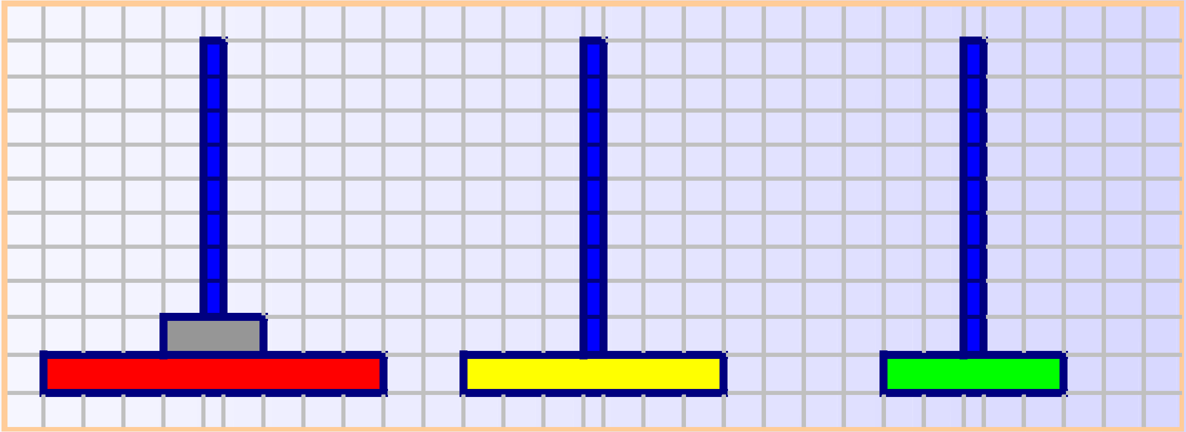
3

E per spostare una torre alta tre dischi,
quante mosse impiego?



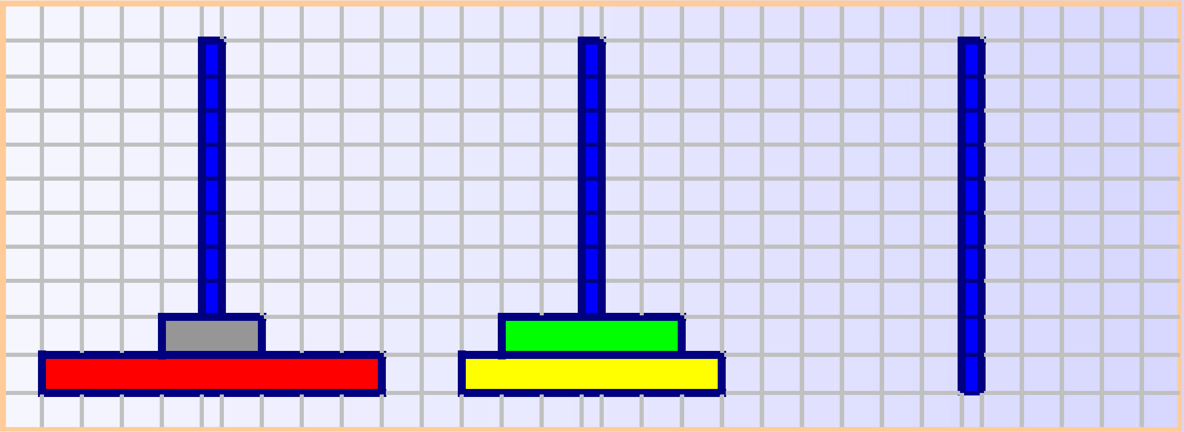
4

E per spostare una torre alta tre dischi, quante mosse impiego?



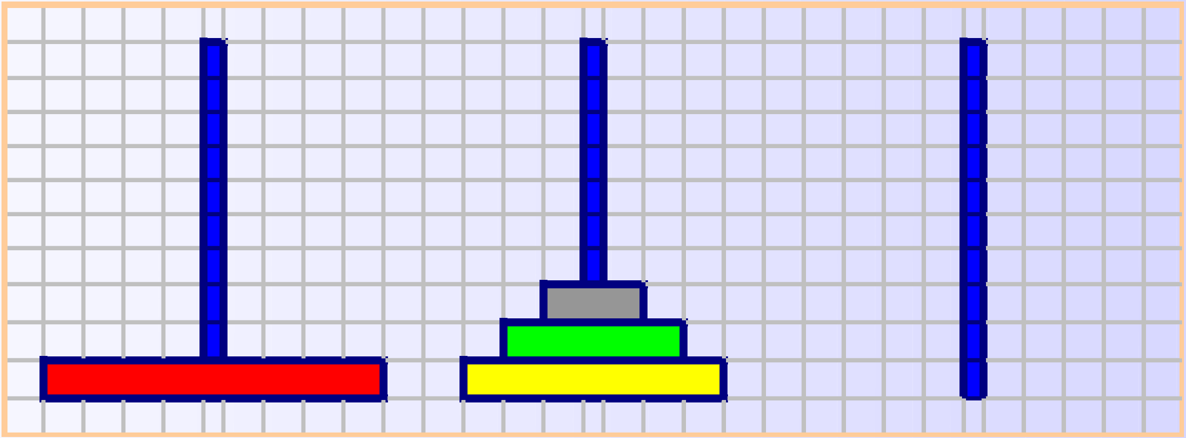
5

E per spostare una torre alta tre dischi, quante mosse impiego?



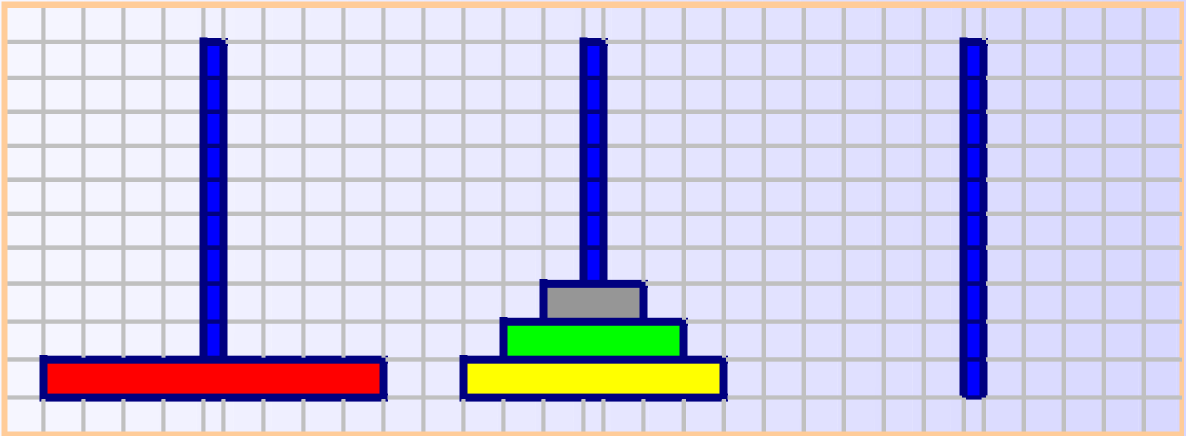
6

E per spostare una torre alta tre dischi, quante mosse impiego?



7

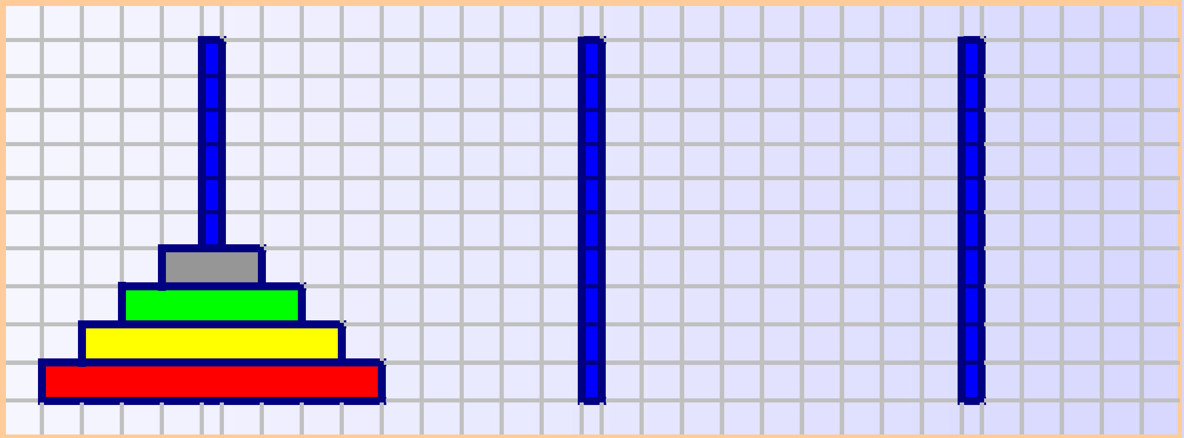
E per spostare una torre alta tre dischi, quante mosse impiego?



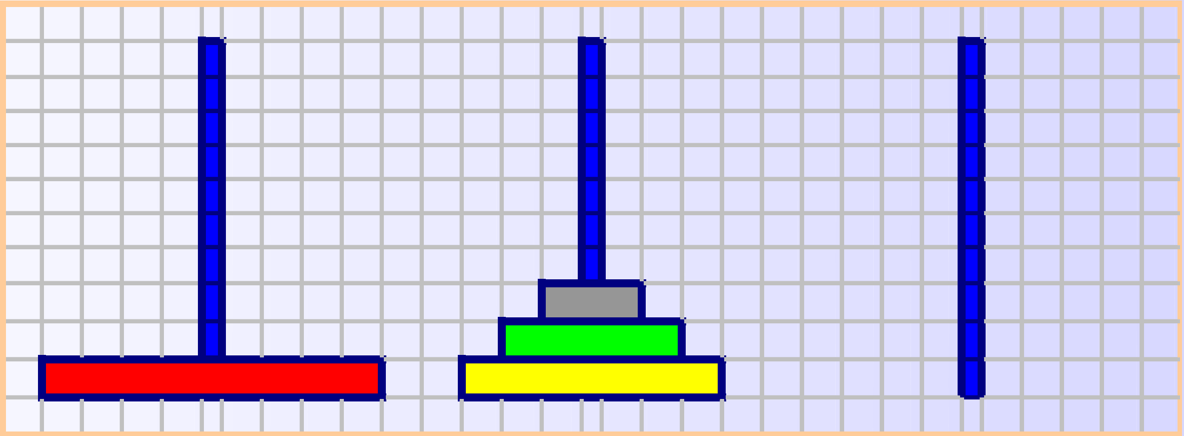
7

E per spostare una torre alta tre dischi, quante mosse impiego?

Sette mosse!

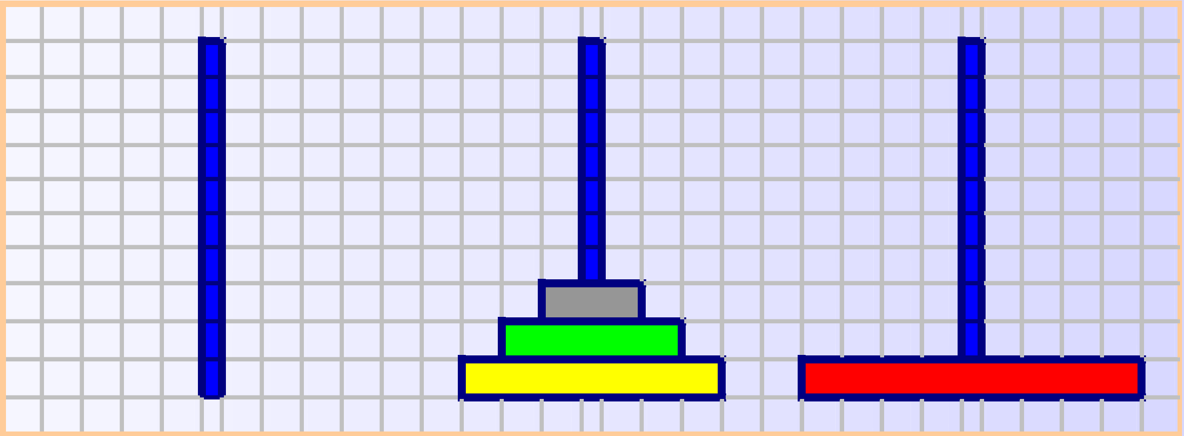


E allora… per spostare una torre alta quattro piani, quante mosse ci vogliono?



7

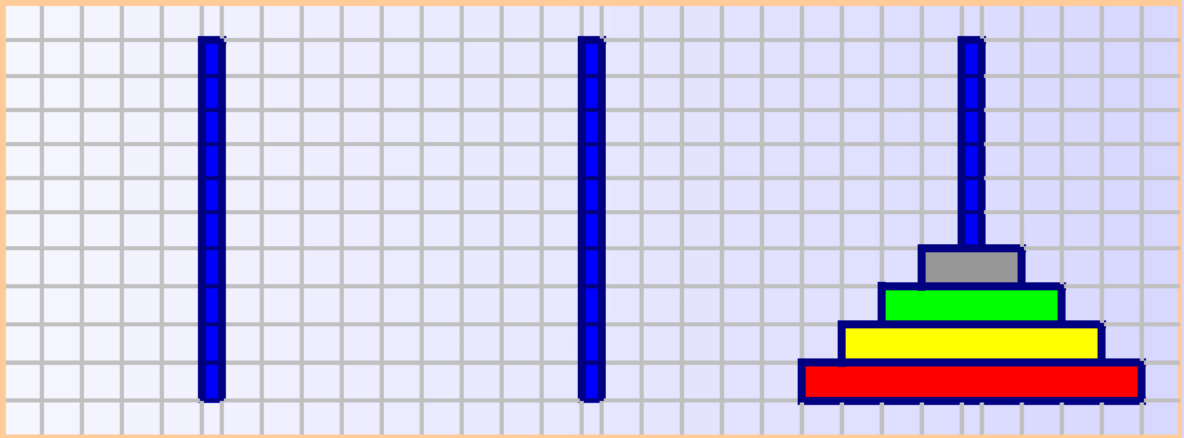
Con sette mosse ero riuscito a spostare una torre alta tre dischi…



8

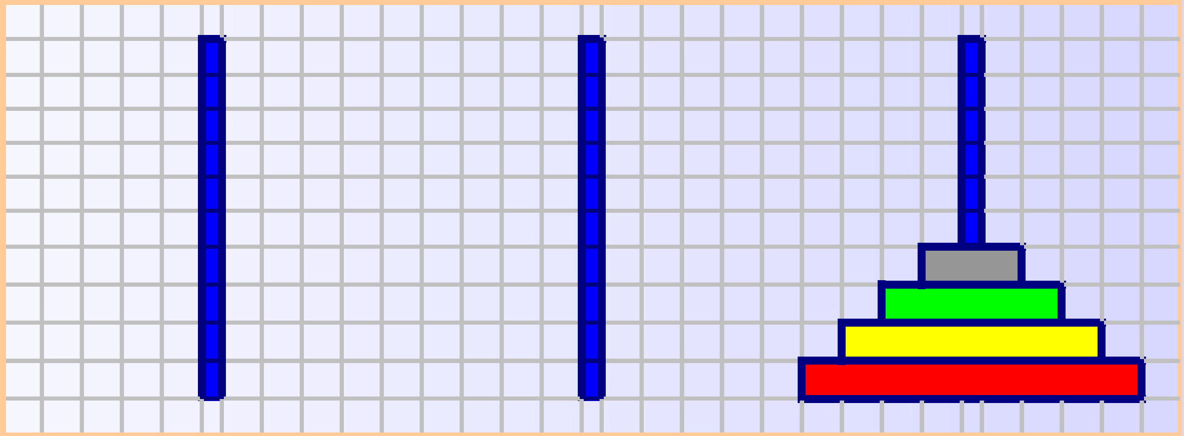
Con sette mosse ero riuscito a spostare una torre alta tre dischi…

con un’altra mossa sposto il disco rosso…



15

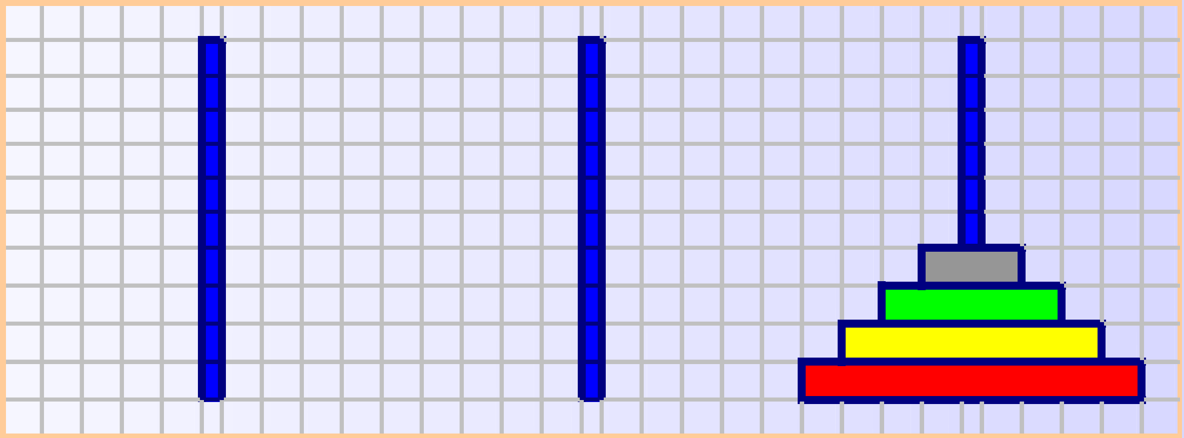
Con sette mosse ero riuscito a spostare una torre alta tre dischi…
con un’altra mossa sposto il disco rosso…
con altre sette sposto una torre di tre dischi.



15

E se ci sono più dischi?

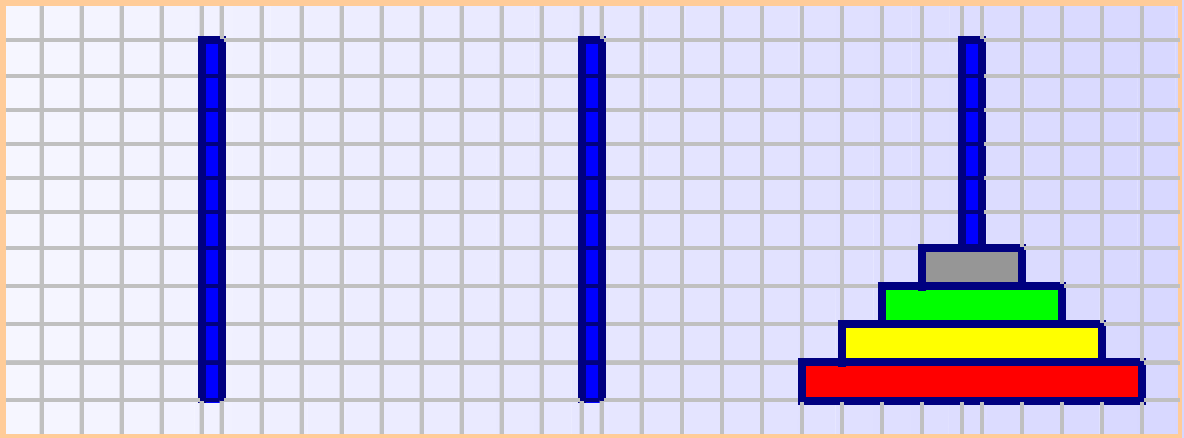
Dischi	1	2	3	4		
Mosse	1	3	7	15		



15

E se ci sono più dischi?

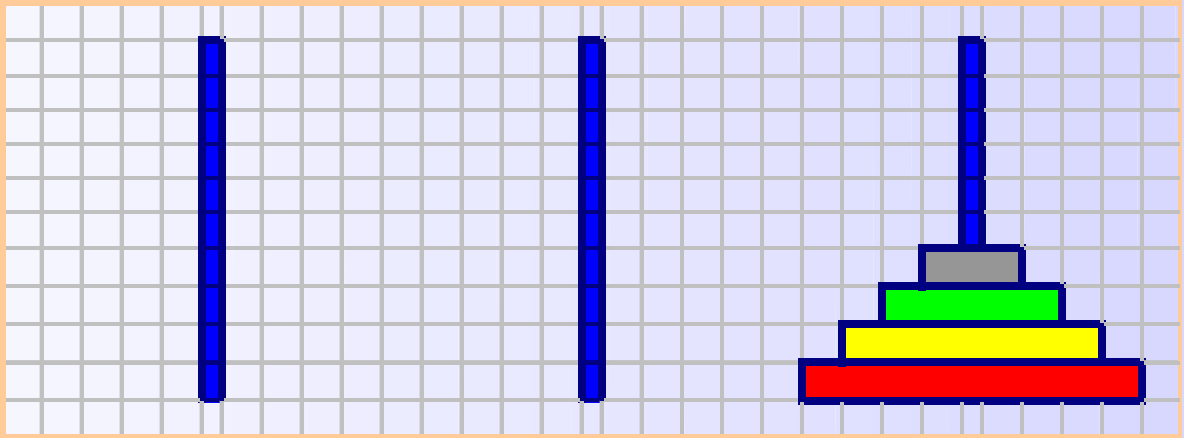
Dischi	1	2	3	4	5	
Mosse	1	3	7	15	31	



15

E se ci sono più dischi?

Dischi	1	2	3	4	5	6
Mosse	1	3	7	15	31	63



15

Sempre il doppio delle mosse precedenti, più una

Dischi	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Mosse	**1**	**3**	**7**	**15**	**31**	**63**

E se dovessi andare avanti, con più dischi?
Il numero di mosse è sempre una potenza di 2, alla quale si sottrae 1.

Esempio

Con 6 dischi:

$2^6 - 1 = 63$

Dischi	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Mosse	**1**	**3**	**7**	**15**	**31**	**63**

Ma… sulla Torre di Hanoi si possono inventare anche altri testi…

La torre di Hanoi

Maddalena ha trovato il problema della torre di Hanoi, e ha pensato di risolverlo, con una piccola variante inventata da lei stessa. Rileggiamo il testo originale, e poi potremo aiutarla a risolvere anche il suo quesito.

Si tratta di spostare la torre (nella foto ha solo 4 piani, ma possiamo immaginarla alta 10 piani), da una posizione in un'altra, usando una posizione di transito, tenendo conto che si può spostare solo un piano alla volta e che mai un pezzo piccolo può trovarsi sotto un pezzo più grande. Oltre a trovare la soluzione minima (con 4, oppure con 10 dischi, a seconda di come uno se la sente...), Maddalena si chiede: quante volte andrà spostato ciascuno dei 4 (o dei 10) dischi?

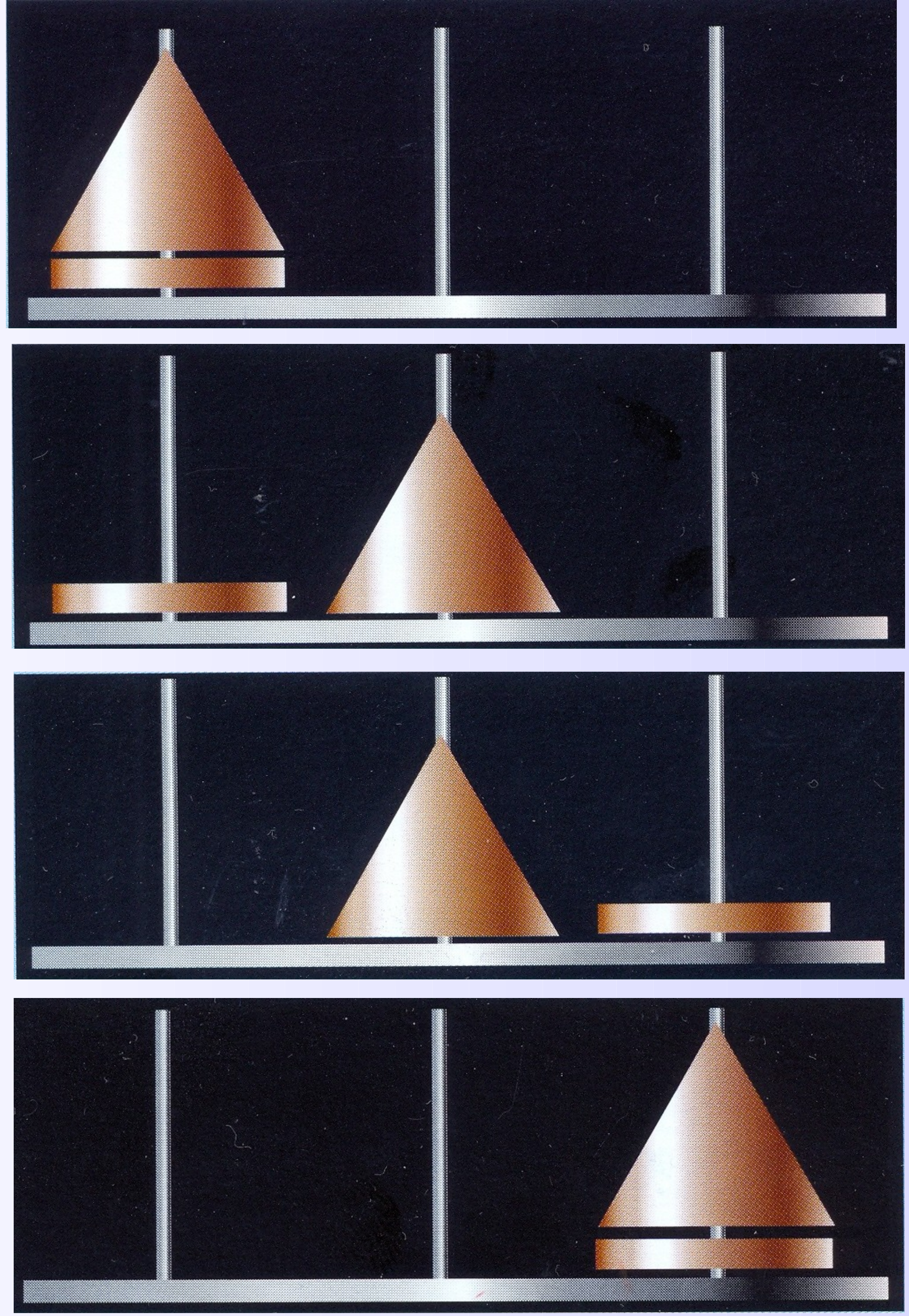
Quante volte verrà spostato ciascuno dei dischi?

Che disco verrà spostato alla mossa xxx?

Da che palo a che palo verrà spostato?

Se scrivo in sequenza i numeri dei dischi mossi, cosa ottengo?

Se avessi quattro pali, invece che tre, quante mosse sarebbero necessarie?



Quante volte verrà spostato ciascuno dei dischi?

E' ovvio che l'ultimo disco in basso viene spostato una sola volta.

Quello sopra di lui 2 volte.

Quello sopra ancora 4 volte.

Ecc ecc…

Siamo sicuri?

Vengono spostati, rispettivamente, 1 volta, 10_2 volte, 100_2 volte, 1000_2 volte, ecc ecc…

E la somma di questi numeri fa $1000000_2 - 1$ volte.

Che disco verrà spostato alla mossa xxx?

Faccio uno specchietto.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
A		A		A		A		A		A		A		A	
	B				B				B				B		
			C								C				
							D								
															E

Ogni seconda mossa muovo il primo in alto, ogni seconda delle rimanenti il secondo, ogni seconda delle rimanenti il terzo…

Provo a scrivere in binario?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
A		A		A		A		A		A		A		A	
	B				B				B				B		
			C								C				
							D								
															E

Provo a scrivere in binario?

1 10 11 100 101 110 111 1000 1001 1010…

Quando muovo il disco A?

In tutti i numeri che finisco per 1!

Mi sono rimasti tutti i numeri che finiscono per 0:

10 100 110 1000 1010 1100 1110 10000…

Quando muovo il disco B?

In tutti i numeri che finiscono per 10!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
A		A		A		A		A		A		A		A	
	B				B				B				B		
			C								C				
							D								
															E

Riassunto:

A lo muovo alle mosse 1 11 101 111 1001 1011… Sono numeri che finiscono per 1.

B lo muovo alle mosse 10 110 1010 1110 10010...

Sono numeri che finiscono per 10.

C lo muovo alle mosse 100 10100 11100 100100…

Sono numeri che finiscono per 100.

Regola: guardo il primo 1 dal fondo, e la sua posizione dal fondo mi dice che disco devo muovere.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
A		A		A		A		A		A		A		A	
	B				B				B				B		
			C								C				
							D								
															E

Ad esempio, alla mossa 500_{10} = 111110100_2, muoverò il terzo disco, in quanto il primo 1 dal fondo lo trovo nella terza casella.

Da che palo a che palo verrà spostato?

Il primo disco ruota in senso orario,

il secondo antiorario,

il terzo orario….

Se scrivo in sequenza i numeri dei dischi mossi, cosa ottengo?

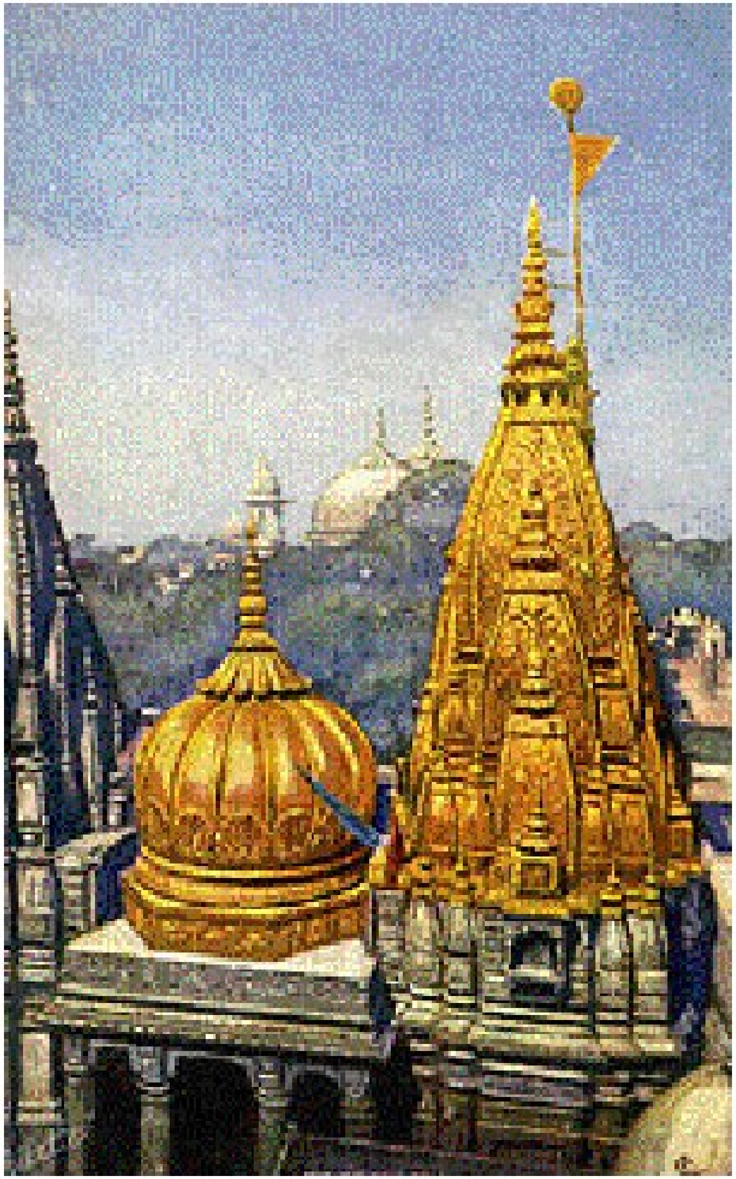
121312141213121

E’ un numero palindromo!

Ovviamente…

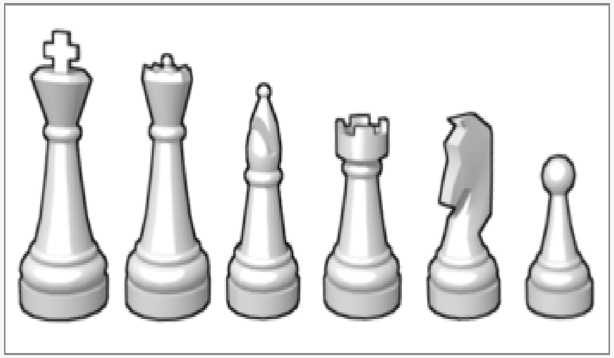
Se avessi quattro pali, invece che tre, quante mosse sarebbero necessarie?

Dischi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mosse	1	3	5	9	13	17	25	33	41	49	65	81



Il Tempio d'oro di Benares, il più antico e il più sacro dei mille templi di Benares, la città sacra dell'India. Qui, secondo la leggenda inventata da Lucas, si trova la *Torre di Brama*. Racconta Lucas che il mondo finirà, quando i sacerdoti avranno spostato tutti e sessantaquattro i dischi. Se calcoliamo il numero dei movimenti necessari per spostare i dischi, con la formula data nel testo, 2 elevato a 64, meno 1, otteniamo
18.446.744.073.551.615
movimenti. Nel caso in cui i sacerdoti impieghino un secondo per ogni movimento, ci vorranno più di cinque miliardi di secoli (secondo i calcoli dello stesso Lucas) per il trasporto di tutti i dischi da una colonnina all'altra. Possiamo quindi stare tranquilli, almeno da questo punto di vista, per il nostro futuro.

Il Tempio d'oro di Benares, il più antico e il più sacro dei mille templi di Benares, la città sacra dell'India. Qui, secondo la leggenda inventata da Lucas, si trova la *Torre di Brama*. Racconta Lucas che il mondo finirà, quando i sacerdoti avranno spostato tutti e sessantaquattro i dischi. Se calcoliamo il numero dei movimenti necessari per spostare i dischi, con la formula data nel testo, 2 elevato a 64, meno 1, otteniamo
18.446.744.073.551.615
movimenti. Nel caso in cui i sacerdoti impieghino un secondo per ogni movimento, ci vorranno più di cinque miliardi di secoli (secondo i calcoli dello stesso Lucas) per il trasporto di tutti i dischi da una colonnina all'altra. Possiamo quindi stare tranquilli, almeno da questo punto di vista, per il nostro futuro.

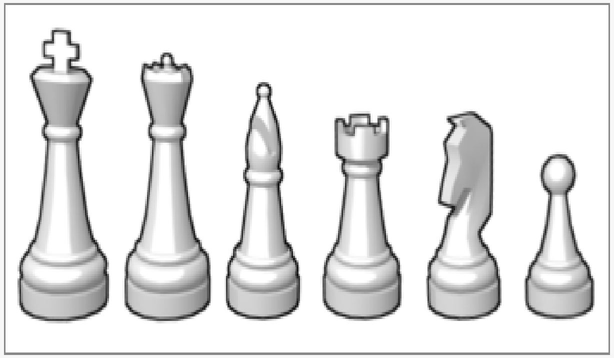


Pezzi su una scacchiera, da sinistra a destra: re, regina, alfiere, torre, cavallo, pedone.

Il Tempio d'oro di Benar
antico e il più sacro d
templi di Benares, la cit
dell'India. Qui, secor
leggenda inventata da L
trova la *Torre di*
Racconta Lucas che il
finirà, quando i sacerdoti
spostato tutti e sessantac
dischi. Se calcoliamo il nu
movimenti necessari per
i dischi, con la formula
testo, 2 elevato a 64,
otteniamo
18.446.744.073.551.615
movimenti. Nel caso i
sacerdoti impieghino un
per ogni movimento, ci v
più di cinque miliardi
(secondo i calcoli dello
Lucas) per il trasporto
dischi da una colonnina
Possiamo quindi stare t
almeno da questo punto
per il nostro futuro.

Storia [modifica]

La leggenda, le origini e l'evoluzione del gioco [modifica]


Pezzi su una scacchiera, da sinistra a destra: re, regina, alfiere, torre, cavallo, pedone.

La leggenda[43] racconta che un re indù, di nome Iadava, vinse una grande battaglia per difendere il suo regno, ma per vincere dovette compiere un'azione strategica in cui suo figlio perse la vita. Da quel giorno il re non si era più dato pace, perché si sentiva colpevole per la morte del figlio, e ragionava continuamente sul modo in cui avrebbe potuto vincere senza sacrificare la vita del figlio: tutti i giorni rivedeva lo schema della battaglia, ma senza trovare una soluzione. Tutti cercavano di rallegrare il re, ma nessuno vi riusciva. Un giorno si presentò al palazzo un bramino, Lahur Sessa, che, per rallegrare il re, gli propose un gioco che aveva inventato: il gioco degli scacchi. Il re si appassionò a questo gioco e, a forza di giocare, capì che non esisteva un modo di vincere quella battaglia senza sacrificare un pezzo, ovverosia suo figlio. Il re fu finalmente felice, e chiese a Lahur Sessa quale ricompensa egli volesse: ricchezze, un palazzo, una provincia o qualunque altra cosa. Il monaco rifiutò, ma il re insistette per giorni, finché alla fine Lahur Sessa, guardando la scacchiera, gli disse: «Tu mi darai un chicco di grano per la prima casella, due per la seconda, quattro per la terza, otto per la quarta e così via». Il re rise di questa richiesta, meravigliato del fatto che il brahmino potesse chiedere qualunque cosa e invece si accontentasse di pochi chicchi di grano. Il giorno dopo i matematici di corte andarono dal re e lo informarono che per adempiere alla richiesta del monaco non sarebbero bastati i raccolti di tutto il regno per ottocento anni. In questo modo, Lahur Sessa insegnò al re che una richiesta apparentemente modesta può nascondere un costo enorme. In effetti, facendo i calcoli, il brahmino chiese 18.446.744.073.709.551.615 (18trilioni 446biliardi 744bilioni 73miliardi 709milioni 551mila 615) chicchi di grano ($2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^{63} = 2^{64} - 1$), una quantità impensabile anche al giorno d'oggi. In ogni caso, il re capì, il brahmino ritirò la richiesta e divenne il governatore di una delle province del regno. Una fonte accreditata ne La Variante di Lüneburg di Paolo Maurensig riporta invece l'uccisione del monaco.

La donna con uova

Una donna porta delle uova al mercato; ad un primo compratore vende la **metà** delle uova più **mezzo** uovo, ad un secondo vende la **metà** delle uova rimaste più **mezzo** uovo, ad un terzo vende la **metà** delle uova rimaste più **mezzo** uovo; così ha venduto tutte le uova che possedeva.

Quante uova possedeva?

Se ci fosse un solo cliente, sarebbe partita da casa con 1 uovo.

Clienti	**1**
Uova	**1**

La donna con uova

Una donna porta delle uova al mercato; ad un primo compratore vende la **metà** delle uova più **mezzo** uovo, ad un secondo vende la **metà** delle uova rimaste più **mezzo** uovo, ad un terzo vende la **metà** delle uova rimaste più **mezzo** uovo; così ha venduto tutte le uova che possedeva.

Quante uova possedeva?

Se ci fossero stati due clienti, sarebbe partita da casa con 3 uova.

Clienti	1	2
Uova	1	3

La donna con uova

Una donna porta delle uova al mercato; ad un primo compratore vende la **metà** delle uova più **mezzo** uovo, ad un secondo vende la **metà** delle uova rimaste più **mezzo** uovo, ad un terzo vende la **metà** delle uova rimaste più **mezzo** uovo; così ha venduto tutte le uova che possedeva.

Quante uova possedeva?

Se ci fossero stati tre clienti, sarebbe partita da casa con 7 uova.

Clienti	1	2	3
Uova	1	3	7

La donna con uova

Una donna porta delle uova al mercato; ad un primo compratore vende la **metà** delle uova più **mezzo** uovo, ad un secondo vende la **metà** delle uova rimaste più **mezzo** uovo, ad un terzo vende la **metà** delle uova rimaste più **mezzo** uovo; così ha venduto tutte le uova che possedeva.

Quante uova possedeva?

Sono gli stessi valori della Torre di Hanoi!!!

Clienti	1	2	3	4	5	6
Uova	1	3	7	15	31	63

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

Ci sono i numeri di due cifre:

12 13 14 15 16 17 18 19

23 24 25 26 27 28 29

34 35 36 37 38 39

45 46 47 48 49

56 57 58 59

67 68 69

78 79

89

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

Ci sono i numeri di tre cifre:
123 124 125 126 127 128 129
134 135 136 137 138 139
145 146 147 148 149
156 157 158 159
167 168 169
178 179
189
234 235 236 237 238 239
245 246 247 248 249
256 257 258 259
267 268 269
278 279
289

345 346 347 348 349
356 357 358 359
367 368 369
378 379
389
456 457 458 459
467 468 469
478 479
489
567 568 569
578 579
589
678 679
689
789

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

Ci sono i numeri di quattro cifre:
1234 1235 1236 1237 1238 1239
1245 1246 1247 1248 1249
1256 1257 1258 1259
1267 1268 1269
1278 1279
1289
1345 1346 1347 1348 1349
1356 1357 1358 1359
1367 1368 1369
1378 1379
1389
1456 1457 1458 1459
1467 1468 1469
1478 1479
1489
1567 1568 1569
1578 1579
1589
1678 1679
1689
1789

2345 2346 2347 2348 2349
2356 2357 2358 2359
2367 2368 2369
2378 2379
2389
2456 2457 2458 2459
2467 2468 2469
2478 2479
2489
2567 2568 2569
2578 2579
2589
2678 2679
2689
2789

3456 3457 3458 3459
3467 3468 3469
3478 3479
3489
3567 3568 3569
3578 3579
3589
3678 3679
3689
3789

4567 4568 4569
4578 4579
4589
4678 4679
4689
4789

5678 5679
5689
5789

6789

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

Ai nostri amici delle medie chiediamo: quanti numeri con le cifre via via crescenti esistono in tutto?

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

Quanti numeri con le cifre strettamente crescenti posso ottenere avendo a disposizione una cifra sola?

Uno: 1.

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

- Quanti numeri con le cifre strettamente crescenti posso ottenere avendo a disposizione due cifre?

Tre: 1 2 12.

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

Quanti numeri con le cifre strettamente crescenti posso ottenere avendo a disposizione tre cifre?

Sette: 1 2 3 12 13 23 123.

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

Quanti numeri con le cifre strettamente crescenti posso ottenere avendo a disposizione quattro cifre?

Con 1 2 3 ne avevo fatti sette: 1 2 3 12 13 23 123;

poi c'è il 4;

infine tutti quelli con 1 2 3 e il 4 in fondo:

14 24 34 124 134 234 1234.

Sempre il doppio più uno.

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

1	2	3	4	5	6	7	8	9

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	7	15	31	63	127	255	511

Con 9 cifre posso fare 511 numeri diversi con le cifre crescenti.

Devo escludere i 9 numeri di una cifra.

E ottengo 502.

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

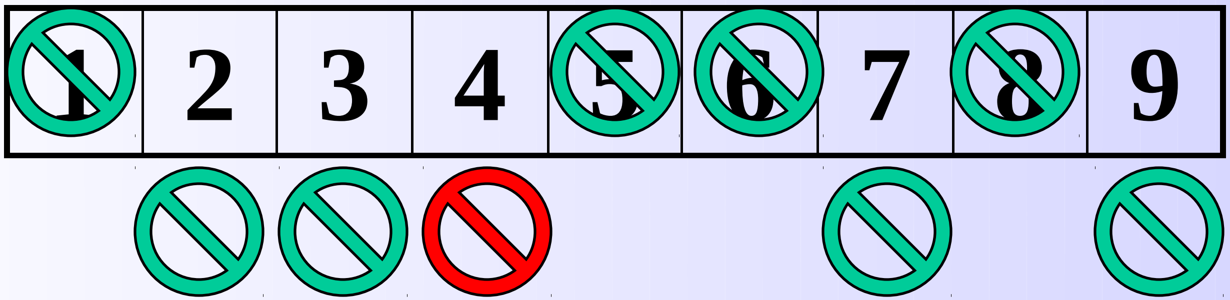
1	2	3	4	5	6	7	8	9

2379

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?

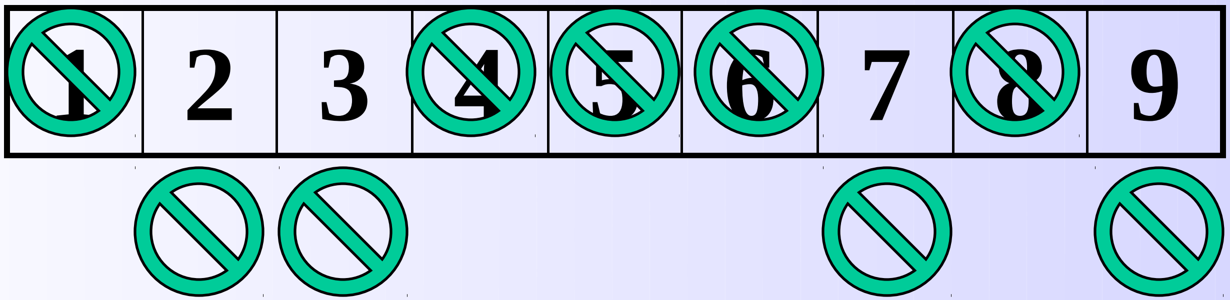


23479

17. Una condanna da evitare

I seguaci di *Colui-che-non-può-essere-dimostrato*, accaniti sostenitori di una matemagia oscura e piena di contraddizioni, sono alla sbarra!

Anche domande semplici possono rivelare le loro distorte conoscenze matemagiche. Ad esempio, il giudice ha chiesto quanti sono gli interi positivi strettamente maggiori di 9 le cui cifre in base 10 sono strettamente crescenti da sinistra verso destra. Cosa si deve rispondere per evitare la condanna?



Ogni numero decido se coprirlo o lasciarlo scoperto: due scelte, da fare 9 volte, quindi $2^9 = 512$.

Devo togliere i casi nei quali non rimane nessuna cifra scoperta, oppure una sola, e sono 10 in tutto.

Risposta: 502.

Problemino

Ho una pulsantiera con 10 interruttori, alcuni posizionati su ACCESO, altri su SPENTO.

Faccio una foto alla pulsantiera.

Viene premuto un tasto (ad es., il 6).

Nuova posizione, quindi altra foto.

Viene premuto un altro tasto (ad es., il 4).

Altra posizione, quindi altra foto.

Posso, proseguendo, ottenere tutte le 1024 posizioni, senza passare per foto già scattate, sempre premendo un solo tasto alla volta?

Immagino si riesca a fare con 9 pulsanti (ovviamente in 511 mosse), e mi viene aggiunto il decimo.

Lo premo: ho un situazione nuova, e se non lo premo più, saranno tutte situazioni nuove.

Posso fare altre 511 mosse con questo interruttore nella nuova posizione, e saranno 1023 posizioni tutte diverse.

In pratica… muovo il pulsante corrispondente al disco da spostare nella torre di Hanoi!

In pratica… muovo il pulsante corrispondente al disco da spostare nella torre di Hanoi!

Unica incongruenza: se alla fine premo nuovamente il pulsante 10, ho la situazione di partenza (infatti ogni pulsante è stato mosso un numero pari di volte), mentre con Hanoi non posso spostare il disco 10 (che sta sotto e ha sopra tutti gli altri dischi).

Si può immaginare di spostarlo (e con lui tutta la costruzione) e di rimettere tutto alla posizione di partenza.

Riprendo questa diapositiva di prima:

Se scrivo in sequenza i numeri dei dischi mossi, cosa ottengo?

121312141213121.

Prendiamo un cubo, e partendo da un vertice, ci muoviamo così:

in orizzontale se c'è 1,

in verticale se c'è 2,

in profondità se c'è 3,

dall'altra parte se c'è 4.